

KATHOLIEKE UNIVERSITEIT NIJMEGEN

Faculteit Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica

Tentamen **Formeel Denken - UITWERKINGEN** Woensdag 19 jan 2004, 10.30 – 12.30, HG00.304 **Uitwerkingen opgaven 1–3 zie het tentamen FD-Schakel**

Het maximaal aantal punten dat per opgave behaald kan worden staat in de kantlijn. (Max 50 in totaal.) **Aan deze uitwerkingen kunnen geen rechten worden ontleend**

1. (**Propositielogica**) We introduceren een nieuw voegteken, \uparrow met de volgende waarheidstabel.

a	b	$a \uparrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- (5) (a) Geef een propositie die logisch equivalent is met $a \uparrow b$ en die alleen de voegtekens \wedge en \neg bevat.
- (5) (b) Geef een propositie die logisch equivalent is met $\neg a$ en die alleen het voegteken \uparrow bevat.

2. (**Predicatenlogica**) Bekijk het volgende woordenboek

M	verzameling van alle mensen
t	Truus $\in M$
$H(x, y)$	x houdt van y
$G(x, y)$	x gaat uit met y

- (5) (a) Formaliseer de zin “Truus gaat alleen uit met mensen van wie ze houdt.”
- (5) (b) Formaliseer de zin “Behalve van zichzelf, houdt een mens maar van hooguit één persoon.”

3. (**Talen**) Laat $\Sigma = \{a, b\}$.

- (5) (a) Geef een reguliere expressie voor de volgende taal L_1 .

$$L_1 := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ bevat hooguit twee } a\text{'s}\}.$$

- (5) (b) Geef een contextvrije grammatica voor de volgende taal L_2 .

$$L_2 := \{a^p b^n a^n b^p \mid n, p \in \mathbb{N}\}.$$

4. (Combinatoriek)

- (4) (a) Bewijs de volgende eigenschap voor $G = (P, L)$ een willekeurige graph.

Als G een Hamilton cykel heeft, dan geldt $\#L \geq \#P$ (het aantal lijnen in G is groter dan of gelijk aan het aantal punten in G).

Antwoord Laat G een Hamilton cykel hebben, zeg p_0, p_1, \dots, p_n met $p_n = p_0$ en verder alle p_i verschillend. We merken eerst op dat alle lijnen (p_i, p_{i+1}) op dit pad verschillend zijn. (Als één lijn 2 keer voorkwam, zouden immers ook 2 punten 2 keer voorkomen.) G bevat dus minstens n lijnen: $\#L \geq n$.

Verder geldt $P = \{p_0, p_1, \dots, p_{n-1}\}$, want het is een Hamilton pad en dus $\#P = n$.

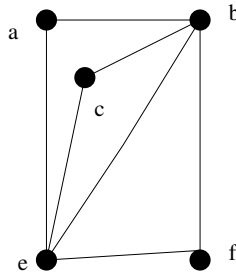
Conclusie: $\#L \geq \#P$.

- (3) (b) Geldt de volgende eigenschap ook?

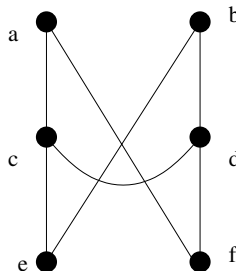
Als G een Euler cykel heeft, dan geldt $\#P \geq \#L$ (het aantal punten in G is groter dan of gelijk aan het aantal lijnen in G).

Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.

Antwoord Nee, tegenvoorbeeld (en geef er nog een regel uitleg bij, waaruit blijkt dat je weet wat een Euler cykel is en wat L en P hier zijn):



- (3) (c) Is de graph hieronder een bipartite graph? **Antwoord** Ja, $\{a, d, e\} \{b, c, f\}$



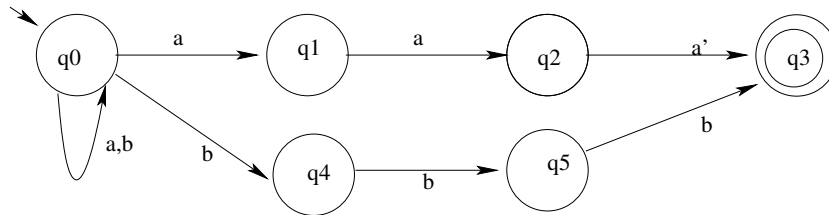
vormt een bipartitie: alle lijnen lopen *tussen* deze twee verzamelingen.

5. (Automaten)

- (5) (a) Maak een non-deterministische automaat voor de volgende taal

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat de string } aaa \text{ of } w \text{ bevat de string } bbb\}.$$

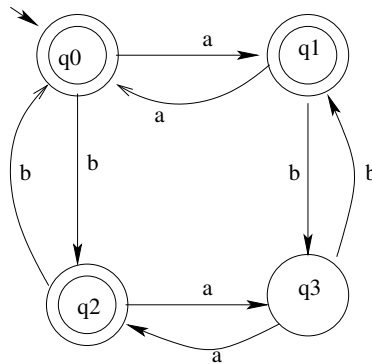
Antwoord



- (5) (b) Maak een deterministische automaat voor de taal

$$\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat een even aantal } a\text{'s of } w \text{ bevat een even aantal } b\text{'s}\}.$$

Antwoord Idee: we houden in 4 toestanden bij of het aantal a 's, resp. b 's, even of oneven is; de pijlen zijn dan voordehandliggend. Van deze toestanden zijn er 3 eindtoestand.



(Einde)