

Toets Formeel denken, Predicatenlogica

5 december 2003

Vermeld naam en studentnummer.

Puntentelling: voor ieder onderdeel staat in de kantlijn het aantal punten dat maximaal behaald kan worden.

1. Bekijk het volgende woordenboek:

| | |
|-----------|--|
| W | verzameling van (alle) mensen |
| T | verzameling van alle data (dus: alle dagen in de tijd) |
| a | $Anna \in W$ |
| j | $Joost \in W$ |
| p | $Peter \in W$ |
| $V(x, y)$ | x is de vader van y |
| $M(x, y)$ | x is de moeder van y |
| $G(x, d)$ | x is geboren op dag d |

Geef een formele vertaling van de volgende zinnen. (Dus: geef een formule die de betekenis van de zin weergeeft.)

- (2) (a) Peter en Joost zijn broers.
- (2) (b) Anna heeft een tweeling. (Je mag ervan uitgaan dat een tweeling op dezelfde dag geboren wordt.)
- (2) (c) De vader en moeder van Peter zijn even oud.

2. Bekijk de volgende formule

$$f := \forall x, y \in D(R(x, y) \rightarrow \exists z \in D(R(x, z) \wedge R(z, y)))$$

- (2) (a) Is f waar in het model $(\mathbb{N}, <)$?
Anders gezegd: is f waar onder de interpretatie

| | |
|-----------|--|
| D | \mathbb{N} , verzameling van natuurlijke getallen, $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ |
| $R(x, y)$ | $x < y$, x is kleiner dan y |

- (2) (b) Is f waar in het model $(\mathbb{Q}, <)$?
Anders gezegd: is f waar onder de interpretatie

| | |
|-----------|---|
| D | \mathbb{Q} , verzameling van rationale getallen, $\{0, 1, \frac{1}{3}, -2, -\frac{11}{27}, \dots\}$ |
| $R(x, y)$ | $x < y$, x is kleiner dan y |