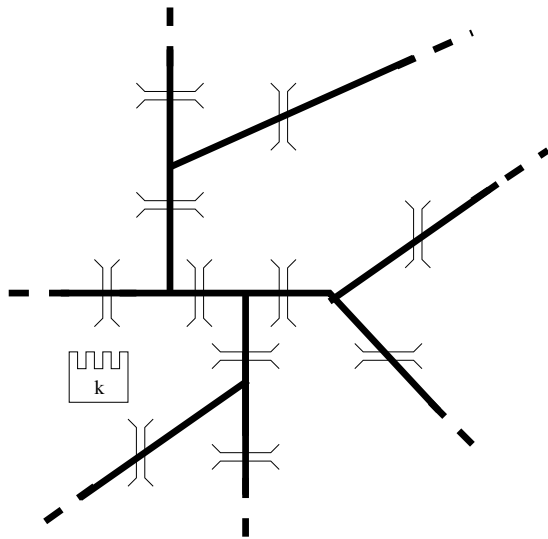


Toets Formeel denken, Talen

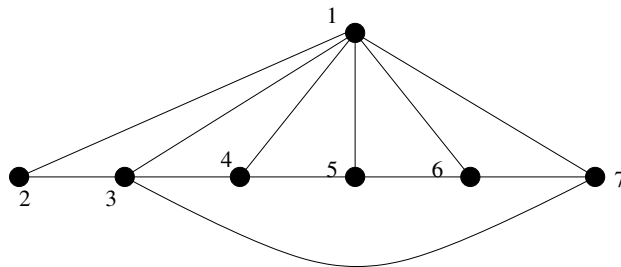
15 december 2004

Puntentelling: voor ieder onderdeel staat in de kantlijn het aantal punten dat maximaal behaald kan worden.

1. Bekijk het volgende kaartje waarop een stad met rivieren (de dikke lijnen) en bruggen (twee dünnere lijntjes naast elkaar) weergegeven is. De koning woont in zijn kasteel, weergegeven met een k . (De koning wil weten of hij een wandeling door de stad kan maken waarbij hij iedere brug precies één keer passeert.)



- (1) (a) Teken de graph G die bij dit kaartje hoort.
- (1) (b) Is er een Eulerpad in G ?
- (1) (c) Kan de koning vanuit zijn kasteel een rondwandeling door de stad maken waarbij hij iedere brug precies één keer passeert?
- (2) (d) Is G isomorf met de graph H hieronder?



H

- (2) 2. Bewijs dat voor alle $n \in \mathbb{N}$,

$$0 + 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n^2 + n$$

Z.O.Z.

3. Bekijk de volgende aangepaste driehoek van Pascal (dus deze is anders dan degene die je kent uit het college!):

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & & & & & & & & & & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 3 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 5 & 5 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 7 & 13 & 7 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 9 & 25 & 25 & 9 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 11 & 41 & 63 & 41 & 11 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 1 & 13 & 61 & 129 & 129 & 61 & 13 & 1 \\
 & & & & & & & & & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots &
 \end{array}$$

We schrijven op punt (n, k) dus nu niet de som van de twee getallen die er schuin boven staan, maar tellen hierbij ook nog het getal op dat er recht boven staat. ($7 = 1 + 1 + 5$ en $129 = 41 + 25 + 63$) We noteren het getal op punt

(n, k) als $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$

- (1) (a) Het getal $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$ geeft ook in deze aangepaste driehoek het aantal “paden” van $(0, 0)$ naar (n, k) weer, alleen zijn de paden nu anders. Wat voor soort paden telt het getal $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$?
- (2) (b) Geef, voor $k < n$, een uitdrukking voor $\begin{bmatrix} n+1 \\ k+1 \end{bmatrix}$ in termen van getallen op een “lager niveau”. (Net als $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$ in de driehoek van Pascal.)